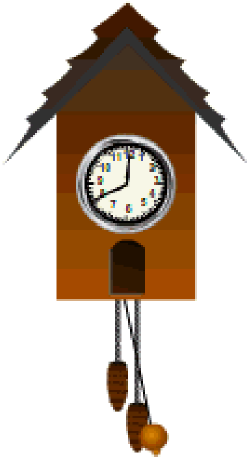
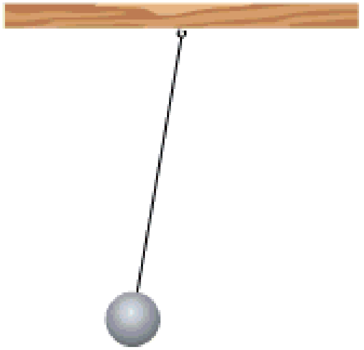
Механические колебания и волны

Механические колебания характеризуются величиной **смещения** колеблющейся материальной точки (колеблющегося тела) от положения равновесия.

Колебания, при которых смещение изменяется по закону синуса или косинуса, называются **гармоническими**.

Если колебания происходят под действием внутренних сил системы и начинаются тогда, когда систему выводят из положения равновесия, то такие колебания называются **свободными**.





Уравнение колебаний

Уравнение гармонических колебаний

$x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$,

где величины A, ω_0, φ_0 не зависят от времени.

Характеристики гармонических колебаний

A – амплитуда колебаний – максимальное смещение от положения равновесия (максимальное значение изменяющейся величины).

Циклическая** (или **круговая**) **частота ω_0 – число полных колебаний, совершаемых системой за промежуток времени 2π секунд.

Частота ν_0 – число полных колебаний, совершаемых системой за 1 с.

Период колебаний T_0 – промежуток времени, за который совершается одно полное колебание.

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0} \qquad \omega_0 = 2\pi\nu_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

Фаза колебаний $(\omega_0 t + \varphi_0)$ определяет положение колеблющейся точки (тела) в данный момент времени, φ_0 – начальная фаза, определяющая положение колеблющейся точки в начальный момент времени при $t = 0$.

Кинематические характеристики гармонических колебаний

$$x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$v_x = x' = A\omega_0\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \;\; = v_0\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

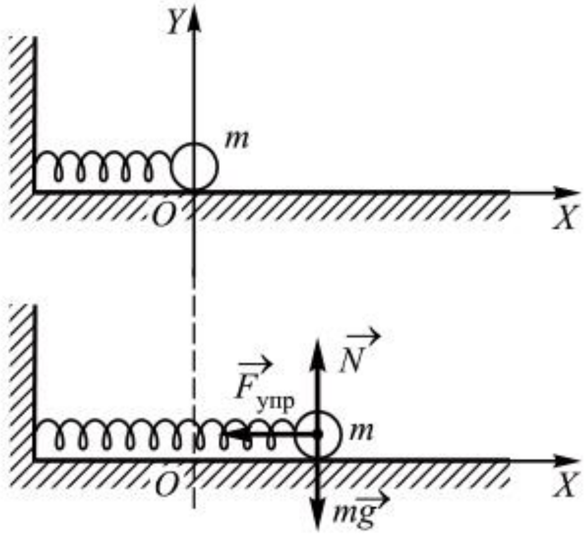
$$v_0 = A\omega_0$$

$$a_x = v_x' = -A\omega_0^2\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \;\; = -a_0\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$a_0 = A\omega_0^2$$

$$a_x = -\omega_0^2 x \qquad x'' = -\omega_0^2 x$$

$$a_x = \;\; -cx \qquad \omega_0 = \sqrt{c}$$



Динамика гармонических колебаний

$$ma_x = F_{\text{рав}\,x}$$

$$a_x = -\omega_0^2 x$$

$$F_{\text{рав}\,x} = -m\omega_0^2 x$$

$$F_x = -kx$$

Гармонические колебания совершаются под действием **упругих** или **квазиупругих** сил.

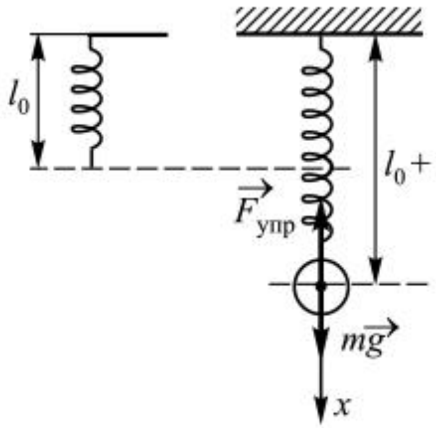
Примеры расчета частоты колебаний в различных механических системах

Пример 1. Тело массой m подвешивается на пружине длиной l_0 с коэффициентом упругости k . Определить период колебаний.

$$F_{\text{т}} = F_{\text{упр}\,0}, \; mg = k\Delta l$$

$$\Delta l = mg / k$$

$$l = l_0 + \Delta l = l_0 + mg / k$$



$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{т}} + \vec{F}_{\text{упр}}$$

$$\text{на ось X} : ma_x = mg - F_{упр}$$

$$F_{упр} = k(\Delta l + x)$$

$$ma_x = \ -kx$$

$$a_x = -\frac{k}{m}x$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T_0 = \ 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

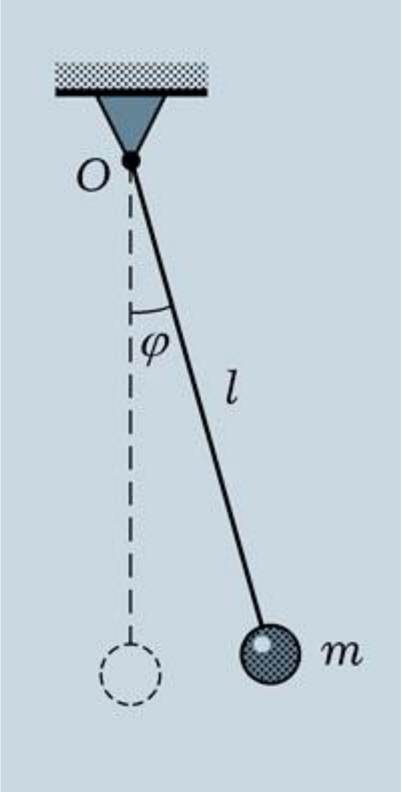
Пример 2. Математический маятник представляет собой тело, которое можно считать материальной точкой, подвешенное на длинной невесомой нерастяжимой нити. Длина нити l. Определить период колебаний математического маятника T.

$$F_\tau = mg\,\mathrm{tg}\varphi \qquad x/l = \sin\varphi \approx \mathrm{tg}\varphi \approx \varphi$$

$$F_\tau \approx F_x = mg\varphi,\ F_x = T\sin\varphi \quad ma_x = -mg\frac{x}{l}$$

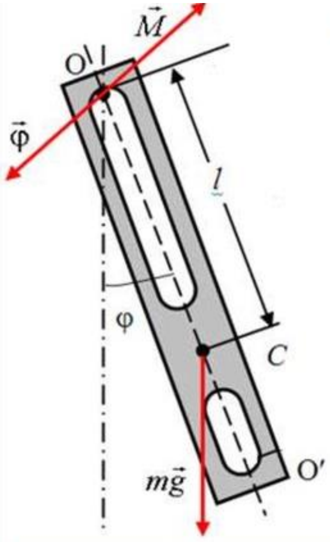
$$a_x = -\frac{g}{l}x \quad \omega_0^2 = \frac{g}{l} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$ml^2\varepsilon = -mgl\sin\varphi \Rightarrow \varphi'' = -\frac{g}{l}\varphi$$



Пример 3 . **Физический маятник**

Физическим маятником называется тело, колеблющееся относительно оси, не проходящей через его центр масс.



По аналогии с математическим маятником:

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgl\sin\varphi$$

В случае малых колебаний

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0 \qquad \omega_0^2 = \frac{mgl}{J_O}$$

Пример 4. В жидкости плотностью $\rho_ж$ плавает цилиндр высотой h. Если цилиндр поглубже погрузить в жидкость или, напротив, немного вытащить из жидкости, то после того, как его отпустят, цилиндр начнет колебаться. Плотность материала, из которого сделан цилиндр, $\rho_м$. Определить частоту колебаний цилиндра.

$$F_{выт} = F_т, \quad \rho_ж S x_0 g = \rho_м S h g$$

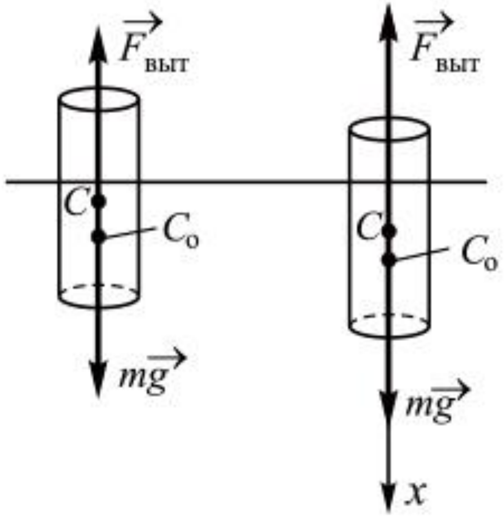
$$x_0 = \frac{\rho_м}{\rho_ж} h$$

$$m a_x = -\rho_ж S g x \quad m = \rho_м V$$

$$\rho_м h S a_x = -\rho_ж S g x$$

$$a_x = -\frac{\rho_ж}{\rho_м}\frac{g}{h} x$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\rho_ж g}{\rho_м h}}$$



Примеры решения задач

Задача 1. Колебания материальной точки происходят относительно положения равновесия по закону: $x = A \sin(\omega t)$ с периодом 12 с. Определите, за какой наименьший промежуток времени t_1 точка удалится от положения равновесия на расстояние, равное половине амплитуды. За какой промежуток времени t_2 она пройдет оставшуюся часть пути до максимального отклонения?

Решение.

В момент времени t_1 смещение $A/2 = A \sin(\omega t_1)$

$\sin(\omega t_1) = 1/2$

$\omega t_1 = \pi/6 \quad 2\pi t_1/T = \pi/6 \quad t_1 = T/12 = 1$ с

$t_2 = T/4 - T/12 = 2$ с

Задача 2. $x = 0{,}3\sin\pi(t + 0{,}5)$ м. Определите: 1) амплитуду; 2) период колебаний; 3) начальную фазу, а также смещение и ускорение через 0,25 с после начала колебаний.

Решение.

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$x = 0{,}3\sin[\pi(t + 0{,}5)] \text{ м}$$

$$A = 0{,}3 \text{ м}, \; \omega = \pi\text{с}^{-1}, \; \varphi_0 = 0{,}5\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\text{с}$$

$$x = 0{,}3\sin\pi(0{,}25 + 0{,}5) \text{ м} \approx 0{,}21 \text{ м}$$

$$a_x = -\omega^2 x \approx -2{,}1 \text{ м}/\text{с}^2$$

Задача 3. В U-образной трубке находится столбик жидкости длиной *l*. При кратковременном изменении давления жидкости в одном из колен уровни жидкости сместились, и столбик начал колебаться. Определите частоту колебаний. Трением о стенки пренебречь.

Решение.

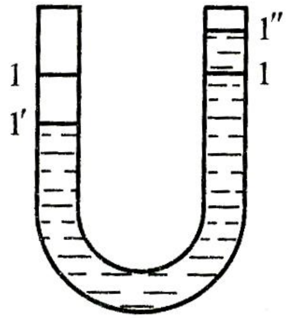
$$F_{д} = pS = \rho g S 2x$$

$$ma_x = -\rho g 2Sx$$

$$m = \rho l S$$

$$a_x = -\left(\frac{2g}{l}\right)x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2g}{l}}$$



Задача 4. Шарик массой *m* подвешен на двух пружинах одинаковой длины, но с разными упругими свойствами. Коэффициенты жесткости пружин k_1 и k_2. Определите частоту колебаний шарика в двух случаях, показанных на рисунках. Массами пружин можно пренебречь.

Решение.

$$mg = -(k_1 + k_2)x_0$$

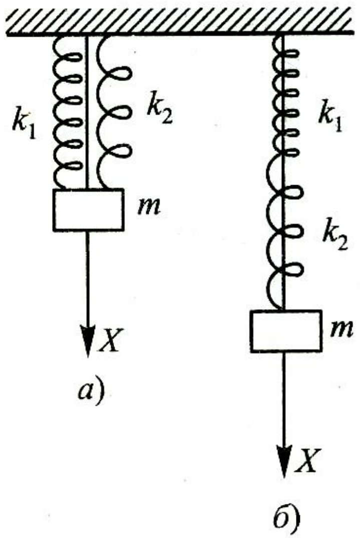
$$F_{упр\,x} = -(k_1 + k_2)(x_0 + x)$$

$$ma_x = -(k_1 + k_2)(x_0 + x) + mg$$

$$ma_x = -(k_1 + k_2)x$$

$$a_x = -\frac{(k_1 + k_2)}{m}x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$$



$$mg = k_2 x_{20}$$

$$ma_x = -k_2(x_{20} + x_2) + mg$$

$$ma_x = -k_2 x_2$$

$$a_x = x'' \quad x = x_1 + x_2$$

$$k_1\left(x_{10} + x_1\right) = k_2\left(x_{20} + x_2\right)$$

$$k_1 x_{10} = k_2 x_{20}$$

$$x_2 = \frac{x}{1 + \frac{k_2}{k_1}} = \frac{k_1 x}{k_1 + k_2}$$

$$a_x = -\frac{k_1 k_2}{\left(k_1 + k_2\right)m} x \Rightarrow \ \omega_2 = \sqrt{\frac{k_1 k_2}{\left(k_1 + k_2\right)m}}$$

Задача 4. Сплошной диск, массой m и радиусом R колеблется относительно оси, проходящей через середину радиуса. Определите период колебаний и приведенную длину этого маятника.

Решение.

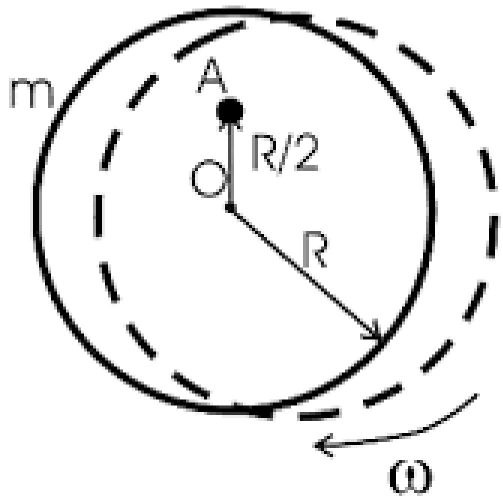
$$\omega^2 = \frac{mgl}{I}$$

$$I = I_0 + m\frac{R^2}{4} = \frac{3}{4}mR^2$$

$$\omega^2 = \frac{4mg}{3mR^2}\left(\frac{R}{2}\right) = \frac{2g}{3R}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{l_{np}}{g}}$$

$$l_{np} = \frac{3}{2}R$$



Преобразование энергии при гармонических колебаниях

$$x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$W_{\text{кин}} = \frac{m\upsilon_x^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \varphi_0)}{2}$$

$$W_0 = W_{\text{кин max}} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}$$

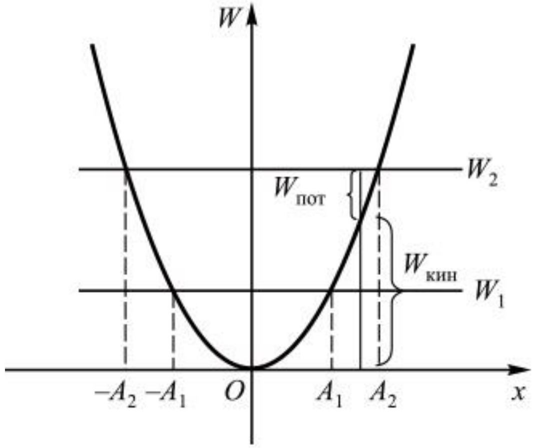
$$W_{\text{пот}} = W_0 - W_{\text{кин}} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}[1 - \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)] =$$

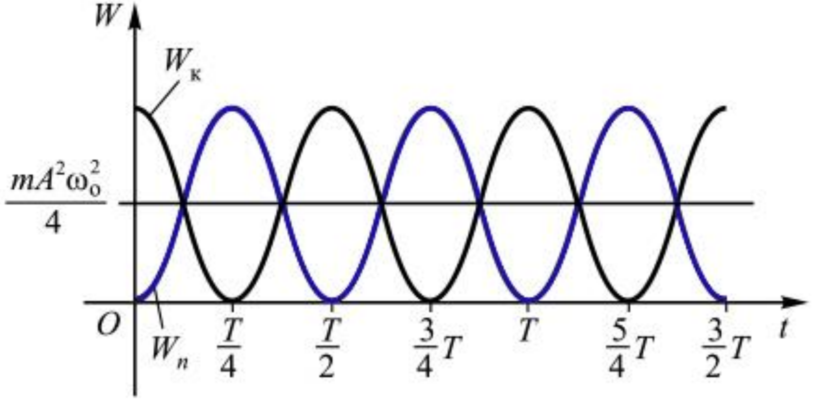
$$\frac{m\omega_0^2 A^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} = \frac{kx^2}{2}$$

$$A = \frac{1}{\omega_0}\sqrt{\frac{2W_0}{m}}$$

$$W_{\text{пот}} = \frac{mA^2\omega_0^2}{4}[1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi_0)]$$

$$W_{\text{кин}} = \frac{mA^2\omega_0^2}{4}[1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi_0)]$$





Сложение колебаний, направленных вдоль одной прямой

$$x_1 = A_1 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_1),\ x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$$

$$x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

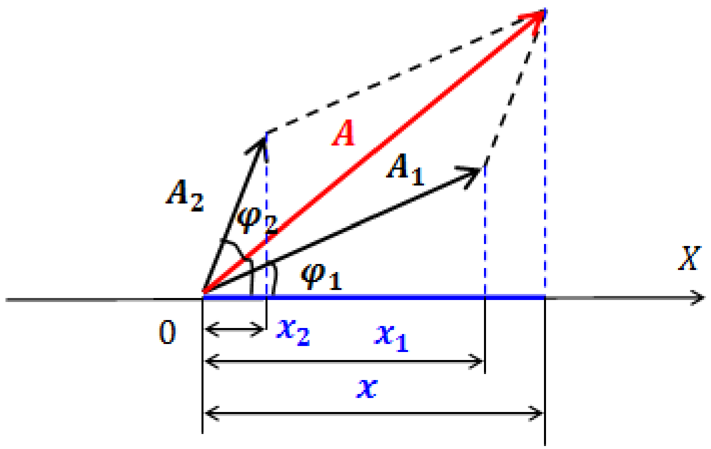
$$tg\varphi_0 = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$

$$\Delta\varphi = \pm 2\pi n, n = 0, 1, 2, \ldots A = A_1 + A_2$$

$$\Delta\varphi = \pm(2n+1)\pi \quad A = A_1 - A_2$$

$$x = (A_1 - A_2)\sin(\omega_0 t)$$

$$|A_1 - A_2| < A < A_1 + A_2$$



Задача 4. Сложите два одинаково направленных колебания с одинаковой частотой и с периодами, равными 8 с. Амплитуды колебаний 40 и 20 см, начальная фаза первого колебания равно нулю, второго $\pi/6$.

Ответ: 58 см, 10°.

Задача 4. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях. Уравнения колебаний: $x = A\sin\omega t$, $y = A\cos\omega t$. Определите траекторию движения точки.

Какова траектория, если амплитуды не равны?

Какова траектория, если частоты не равны?

Задача 5. Шарик массой 10 г совершает гармонические колебания с амплитудой A = 0,2 м и периодом T = 4 с.
В момент $t_0 = 0$ смещение шарика $x = A$. Найдите кинетическую и потенциальную энергию в момент времени $t_1 = 1$ с.

Решение.

$$W_{\text{кин max}} = W_0 = \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2}$$

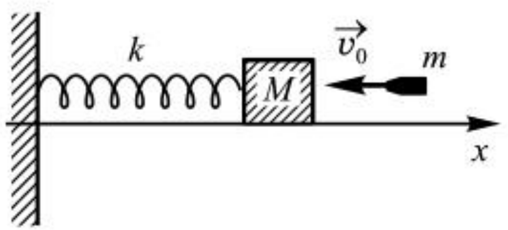
$$\upsilon_{\max} = A\omega = A\frac{2\pi}{T}$$

$$W_{\text{кин max}} = W_0 = \frac{mA^2 4\pi^2}{2T^2} = \frac{2mA^2\pi^2}{T^2}$$

Задача 6. На идеально гладкой плоской поверхности лежит брусок массой M прикрепленный к стене пружиной с коэффициентом жесткости k (масса пружины равна нулю). В брусок попадает пуля массой m, летящая горизонтально со скоростью v_0, и застревает в нем. Найдите зависимость координаты и скорости бруска от времени. Считать момент попадания пули за начало отсчета времени.

Решение.

$$mv_0 = (m+M) \qquad v = \frac{mv_0}{m+M}$$



$$W_{\text{кин}} = \frac{(m+M)v^2}{2} = \frac{m^2 v_0^2}{2(m+M)}$$

$$\frac{m^2 v_0^2}{2(m+M)} = \frac{(m+M)A^2\omega^2}{2}$$

$$A = \frac{v_0}{\omega} \frac{m}{m+M}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} \qquad A = v_0 \frac{m}{\sqrt{k(m+M)}}$$

$$x = A\sin(\omega t) = v_0 \frac{m}{\sqrt{k(m+M)}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m+M}}\, t\right)$$

$$t = 0 \;\; x = 0 \;\; \Rightarrow \qquad \varphi_0 = 0$$

$$v_x = A\omega\cos\omega t = v_0 \frac{m}{(m+M)} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m+M}}\, t\right)$$

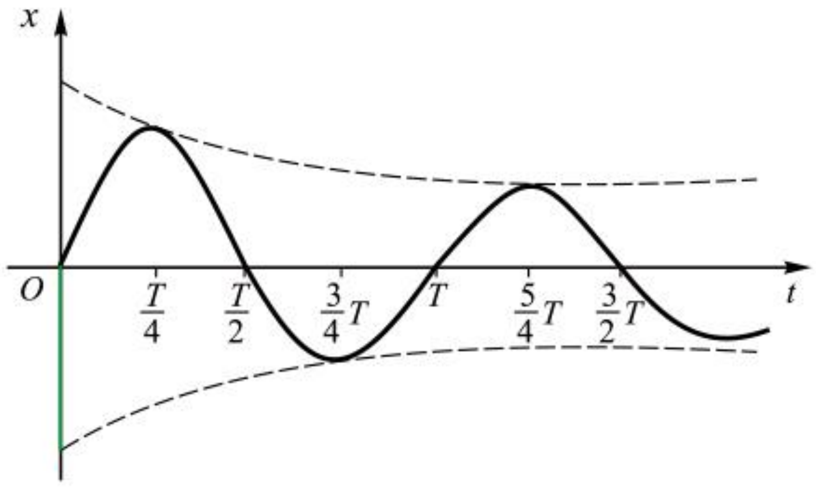
Затухающие колебания

$$\vec{F}_2 = -r\vec{v} \quad F_{2x} = rv_x$$

$$ma_x = \; -kx - rv_x$$

$$a_x = -\omega_0^2 x - 2\beta v_x$$

$$\omega_0^2 = k/m \quad \beta = \frac{r}{2m}$$



β – коэффициент затухания

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0) = A(t)\sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

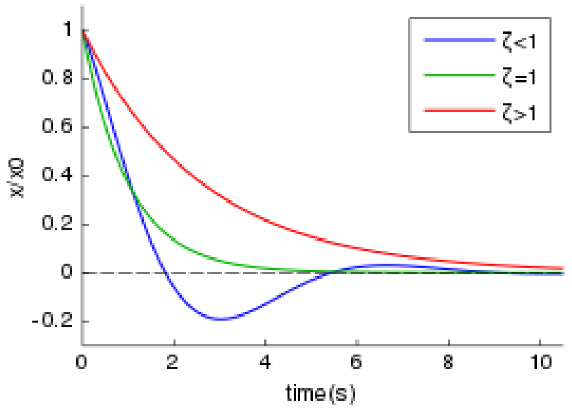
Физический смысл коэффициента затухания

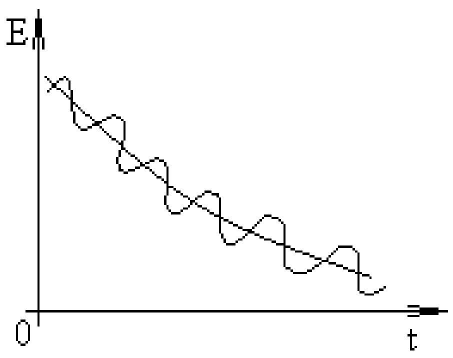
$$A_1 = A_0 e^{-\beta t} \quad A_2 = A_0 e^{-\beta(t+\tau)}$$

$$\frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+\tau)}} = e^{\beta\tau} = e \Rightarrow \beta\tau = 1 \quad \beta = 1/\tau$$

Логарифмический декремент затухания

$$\theta = \ln\frac{A_i}{A_{i+1}} = \beta T = \frac{1}{\tau} T = \frac{1}{N}$$





Задача 6. Чему равен логарифмический коэффициент затухания математического маятника длиной 0,8 м, если его начальная амплитуда равна 5°, а через 5 мин амплитуда равнялась 0,5°?

Решение.

$$\beta = \frac{\ln(A_0 / A_1)}{t}$$

$$\theta = \beta T \Rightarrow \theta = \frac{\ln(A_0 / A_1)}{t} T$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\theta = \frac{2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \ln(A_0 / A_1)}{t} = 0,014$$

Вынужденные колебания

$$F_{\text{вын}\,x} = F_0 \sin(\Omega t),$$

$$ma_x = \; -kx - rv_x + F_0 \sin(\Omega t)$$

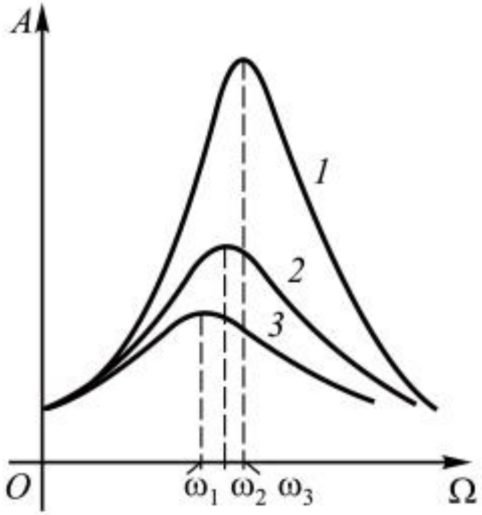
$$x = A\sin(\Omega \mathrm{t} + \alpha_0)$$

$$A = \frac{F_0 / m}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} \qquad \mathrm{tg}\alpha_0 = -\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$

$$\mathrm{arctg}\alpha_0 \to -\pi / 2$$

$$x = \; -A\cos(\Omega t)$$

$$v_x = x' = A\Omega \sin(\Omega t)$$



Задача 6. Под действием веса электромотора консольная балка, на которой он установлен, прогнулась на $x = 1$ мм. При какой частоте якоря электромотора может возникнуть опасность резонанса?

Решение.

$$F = -kx \qquad mg = kx \to k = \frac{mg}{x}$$

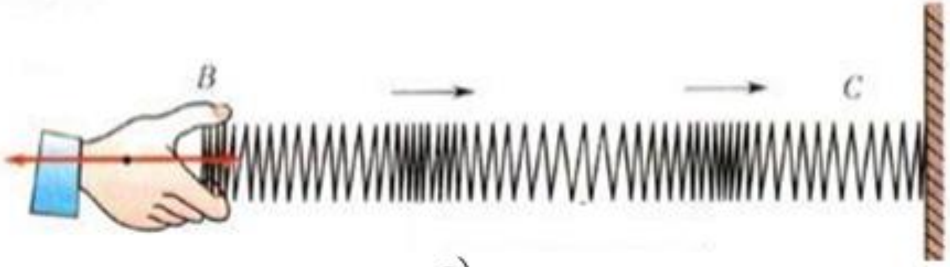
$$T = 2\pi\sqrt{m/k}$$

$$T = 2\pi\sqrt{x/g}$$

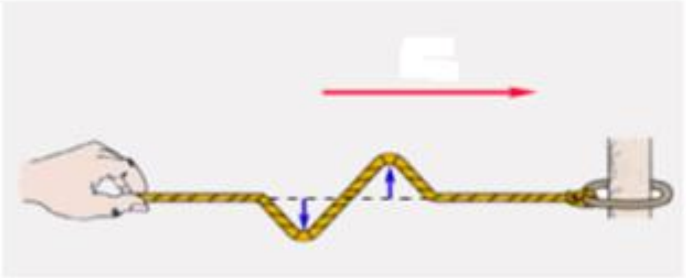
$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{x/g}} = 15{,}7 \text{ об/с.}$$

Упругие (механические) волны. Классификация волн

1. Продольная и поперечная волны
2. По фронту волны: плоская, сферическая



а)



б)

$$y = A\sin\omega t$$

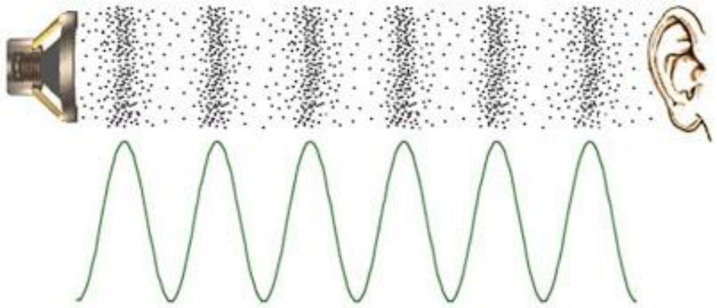
$$\lambda = vT$$

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

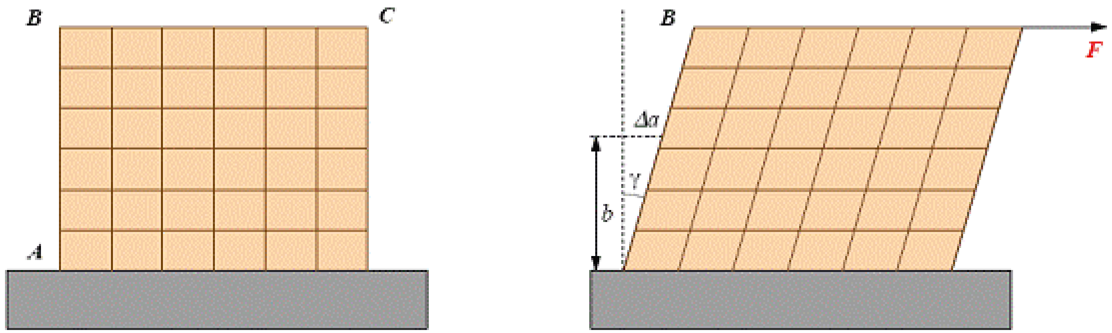
$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

Продольные волны распространяются в твердых телах , жидкостях и газах. Деформации сжатия и растяжения

При распространения звуковой волны в воздухе происходят изменения давления и плотности на атмосферное давление накладывается добавочное (звуковое) давление.



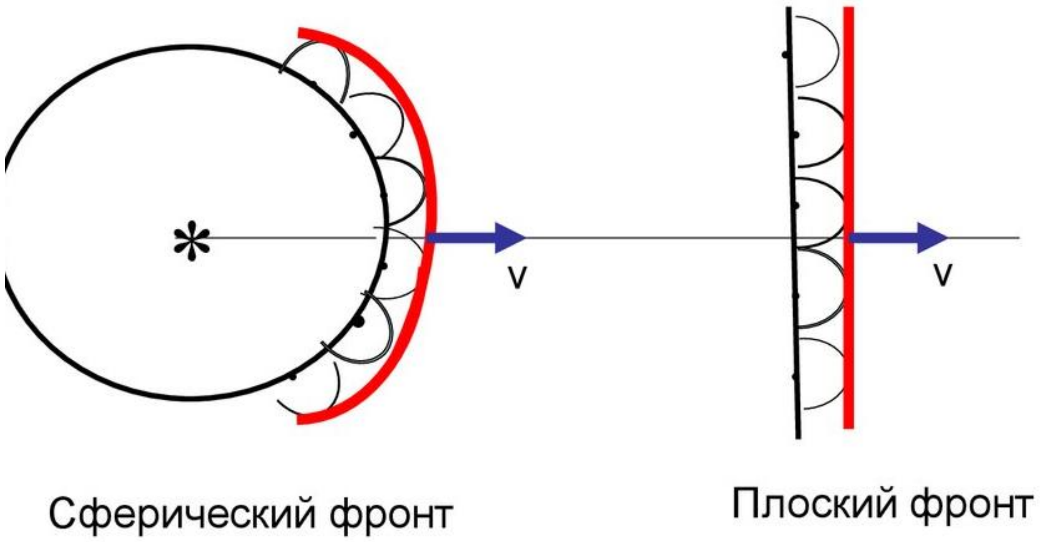
Поперечные волны распространяются в твердых телах Деформация сдвига.



Фронт волны – геометрическое место точек, до которых дошла волна к данному моменту времени.

Фронт волны отделяет часть пространства, в котором колебания есть, от части пространства, в котором колебаний еще нет.

Принцип Гюйгенса: каждая точка волнового фронта является источником вторичных волн. Каждая волна является результатом наложения всех волн от вторичных источников.



Кинематическое уравнение плоской бегущей волны

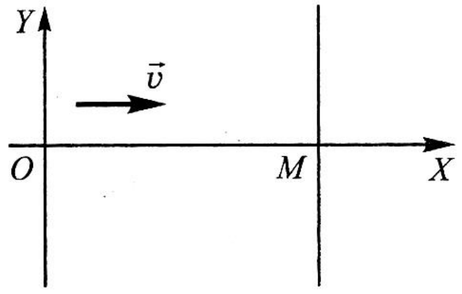
$$y_0 = A\sin(\omega t),$$

$$y_M = A\sin(\omega t')$$

$$t' = t - \tau = t - \frac{x_M}{v}$$

$$y_M = A\sin\omega\left(t - \frac{x_M}{v}\right)$$

$$y = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = A\sin(\omega t - kx)$$



Длина волны – расстояние между точками, разность фаз колебаний в которых, равна 2π.

Скорость волны и скорость колебаний

$$u_y = y' = A\omega\cos(\omega t - kx)$$

Энергия волны – это кинетическая и потенциальная энергия колеблющихся частиц среды, вызываемых волной.

Плотность энергии, переносимой волной

$$I = \rho v(\omega A)^2 \quad [I] = \left[\frac{Вт}{м^2}\right] = \left[\frac{кг}{м^3} \cdot \frac{м}{с} \cdot \frac{м^2}{с^2}\right]$$

Средняя плотность энергии

$$\bar{w} = \frac{1}{2}\rho(\omega A)^2$$

Вектор Умова

$$\vec{S} = w\vec{v}$$

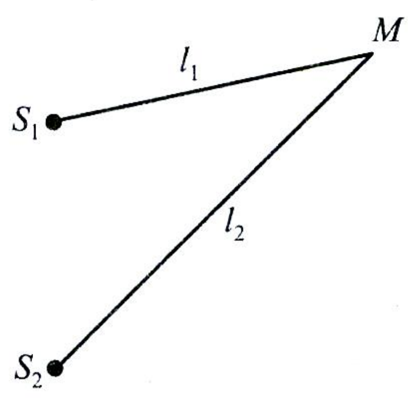
$$S = \frac{1}{2}\rho(\omega A)^2 v$$

Интерференция волн

Интерференция – явление наложения волн в пространстве с образованием устойчивой во времени картины максимумов и минимумов амплитуды колебаний частиц среды.

Когерентными называются источники, вызывающие в каждой точке пространства колебания с одинаковой частотой и разность фаз которых остается постоянной во времени.

$$y_1 = A_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l_1}{\lambda}\right) \quad y_2 = A_2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l_2}{\lambda}\right)$$



$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\frac{l_1 - l_2}{\lambda} = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\Delta l$$

$$\Delta\varphi = \pm 2\pi n, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$2\pi\frac{\Delta l}{\lambda} = \pm 2\pi n, \; \Delta l = \pm n\lambda \quad A = A_1 + A_2$$

$$\Delta\varphi = \pm(2n + 1)\pi \quad \Delta l = \pm(2n + 1)\frac{\lambda}{2} \quad A = A_1 - A_2$$

Когерентные источники:

$$W \sim A^2 = 4A_1^2 - \text{максимумы}\ (A_1 = A_2)$$

$$W = 0 - \text{минимумы}$$

$$\overline{W} = \frac{4A_1^2 + 0}{2} = 2A_1^2$$

Некогерентные источники:

$$W_1 \sim A_1^2 \quad W_2 \sim A_2^2$$

$$W = W_1 + W_2 \sim A_1^2 + A_2^2 = \left(A_{cp}\right)^2$$

$$A_1 = A_2, W \sim 2A_1^2$$

Стоячая волна

$$y_{\text{пр}} = A\sin 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right] \quad y_{\text{обр}} = A\sin 2\pi\left[\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right]$$

$$y_{\text{ст}} = y_{\text{пр}} + y_{\text{обр}} = 2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\sin(\omega t)$$

–кинематическое уравнение стоячей волны

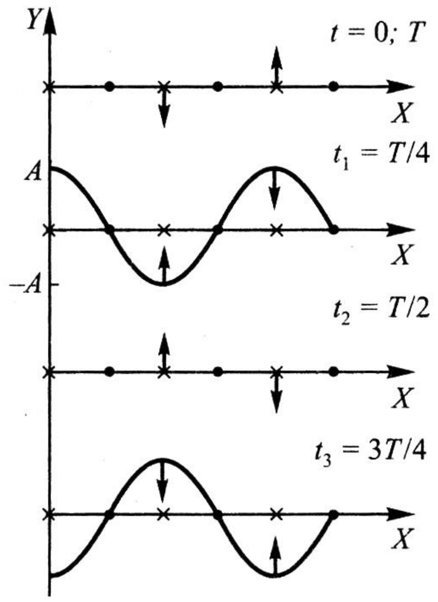
$$A_{\text{ст}} = 2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$$2\pi\frac{x}{\lambda} = \pi n \quad n = 0,\ 1,\ 2\ \ldots$$

$$x = n\frac{\lambda}{2} \quad A_{\text{ст}} = 2A\left(\text{пучности волны}\right)$$

$$2\pi\frac{x}{\lambda} = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

(узлы стоячей волны)

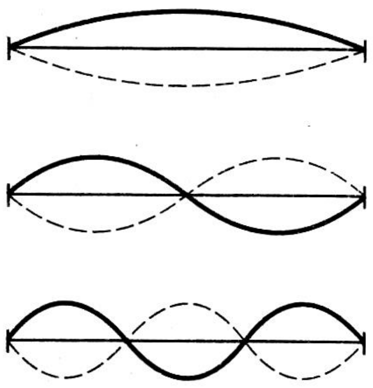


Сравнение стоячей и бегущей волн

	Бегущая волна	Стоячая волна
Уравнение	$y = A\sin 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right]$	$y = \ 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\sin\omega t$
Амплитуда	Одинакова во всех точках и равна A.	Зависит от положения колеблющейся частицы (воздуха, резинового шнура и т. д.) $0 \le A_{ст} \le 2A$
Фаза	Зависит от положения колеблющейся точки	Одинакова между двумя соседними узлами

Бегущая волна **переносит** энергию. Стоячая волна не переносит→ в прямом и обратном направлениях за одно и то же время переносятся равные порции энергии.

$L = \lambda/2$, $\lambda = 2L$. ν_1 – основной тон.



Частоты колебаний, возбужденных этими волнами, кратны ν_1: $n\nu_1$,

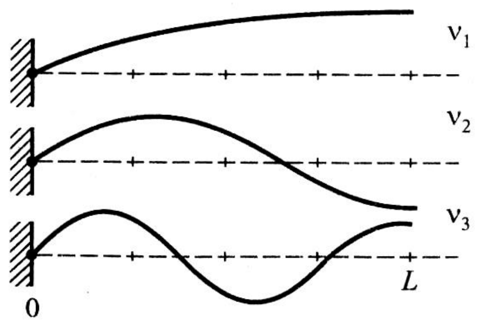
$n = 1, 2, 3, \ldots$

Эти частоты, на которых возникают стоячие волны, называются ***собственными*** или ***резонансными частотами***.

$$l = 4L, \nu_1 = \frac{v}{4L},$$

резонансные частоты равны $\nu_n = n\frac{v}{4L} = n\nu_1$

$n = 1, 2, 3, \ldots$



Звуковые волны

ν –16 Гц – 20 кГц 16 Гц

ν < 16 Гц – ***инфразвук***, ν > 20 кГц – ***ультразвук***

$$y = A\sin 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right]$$

Вещество	Скорость звука, м/с	Вещество	Скорость звука, м/с
Воздух (20 °С)	343	Вода	1440
Воздух (0 °С)	331	Железо	≈ 5000
Водород	1300	Стекло	≈ 4500
Гелий	1005	Древесина	≈ 4000

$$v \approx 331 + 0{,}6t°\text{C (м/с)}$$

Объективные и субъективные характеристики звука

Объективные характеристики звука	Субъективные характеристики звука
Интенсивность волны,I	Громкость, L
Частота, ν	Высота тона
Набор гармоник	Окраска звука (тембр, качество звука)

$I = 10^{-12}$ Вт/м^2 (порог слышимости)

$I = 1$ Вт/м^2 (порог болевого ощущения)

Задача 7. Источник частотой 1000 Гц и амплитудой $A = 0{,}5$ мм возбуждает в упругом шнуре волны длиной $\lambda = 0{,}35$ м.

Найдите:

1) скорость распространения колебаний в шнуре v,

2) максимальную скорость колеблющихся точек шнура u_{max}.

Решение.

1) $v = \lambda\nu = 0{,}35 \cdot 1000$ м/с $= 350$ м/с.

2) $u_{max} = A\omega = A \cdot 2\pi\nu = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 2\pi \cdot 1000$ м/с $= \pi$ м/с.

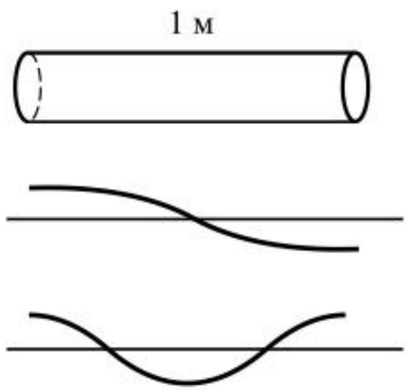
Задача 8. Труба длиной 1 м открыта с обоих концов. Определите самую низкую резонансную частоту в трубе, скорость звука в воздухе равна 330 м/с.

Решение.

$$\nu = \frac{\upsilon_{\text{зв}}}{\lambda}$$

$$\lambda_{\max} = l / 2$$

$$\nu_1 = \frac{\upsilon_{\text{зв}}}{\lambda} = \frac{\upsilon_{\text{зв}}}{2l} = 165\,\text{Гц}$$



1. К потолку вагона, движущегося с ускорением а, подвешен математический маятник длиной l. Определите период колебаний маятника.

2. Математический маятник, длина нити которого равна 1 м, находится в лифте, движущемся с ускорение $g/2$, направленным вниз.
Чему равен период колебаний маятника?

3. Шарик на пружине совершает гармоническое колебание с амплитудой A. Какое расстояние проходит шарик за половину периода?

4. Во сколько раз изменится период колебаний шарика, подвешенного на пружине, если пружину разрезать пополам и его подвесить к одной из половин?

6. Имеется два одинаковых математических маятника. Нити маятников отводятся на малые углы α и 2α и одновременно отпускают.
Какой из маятников первым пройдет положение равновесия?

7. В закрепленной с двух концов струне длиной l возбуждена стоячая волна, имеющая две пучности. На каком минимальном расстоянии от концов стержня находится узел стоячей волны?

8. Определите длину математического маятника, который за 10 с совершает на 4 полных колебания меньше, чем математический маятник длиной 60 см.

9. Однородный стержень длиной L колеблется в вертикальной плоскости около горизонтальной оси, которая может перемещаться вдоль длины стержня. Определите зависимость периода колебаний от расстояния между осью вращения и центром масс.

10. Тело массой 1 г совершает затухающие колебания с частотой 3,14 $с^{-1}$. В течение 50 с тело потеряло 80% своей энергии. Определите коэффициент затухания и коэффициент сопротивления.

11. Звуковая волна с периодом 0,02 с распространяется в воздухе. Определите длину волны и разность фаз колебаний в двух точках находящихся на прямой, совпадающей со скоростью распространения волны и находящихся на расстоянии 1,75 м. Скорость звука равна 340 м/с.